Disciplina: Nivelamento - Matemática

Aula: 12

Prof.: Wilson Francisco Julio

Duração: 12:52

Olá! Seja bem-vindo a mais uma aula de Nivelamento em Matemática!

Hoje, nós vamos falar sobre equações do segundo grau.

O objetivo é estimular o estudante a identificar caminho para a resolução das equações de segundo grau, encontrando suas raízes.

Definição

Equações do segundo grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma a x ao quadrado mais b x mais c igual a zero, em que a, b e c são constantes reais, com a observação que a precisa ser diferente de zero.

Por que precisa ser diferente de zero?

Porque, se ele for igual a zero, esse termo vai zerar e sobra b x mais c que volta a ser uma equação de primeiro grau.

Nessa equação, x ao quadrado menos três x mais um, sendo o a que vale um, o b vale menos três e o c vale um.

Nesta outra, menos dois x ao quadrado mais cinco x mais três, sendo que o a vale menos dois, o b vale cinco e o c vale três.

Equações incompletas do segundo grau

O a precisa ser diferente de zero, mas o b ou c podem ser iguais a zero.

1º caso: b igual a zero

Tenho uma equação somente com a e c.

Por exemplo, x ao quadrado e um termo independente. Para resolver esse tipo de equação, eu vou isolar o x ao quadrado e tentar resolver.

Veja, coloco esse nove para o segundo membro e vou ter x ao quadrado igual a nove e disso eu tenho x igual a mais ou menos raiz quadrada de nove – porque eu tenho elevado ao quadrado e a operação inversa é a raiz –.

Fica x igual a mais ou menos três.

Uma particularidade: quando eu tenho uma equação que falta o termo b, as raízes são simétricas, ou seja, uma é positiva e a outra é negativa com o mesmo valor.

2º caso: c igual a zero

Se o c é zero, eu vou ter a e b e, nesse caso, eu vou trabalhar com a fatoração.

O x é um fator comum, então, coloco o x em evidência.

Fica x ao quadrado dividido por x dá x; nove x dividido por x dá nove.

Eu tenho um produto de dois fatores iguais a zero.

Um dos dois precisa ser zero, ou o x é zero – que é o primeiro caso – ou x menos nove é igual a zero.

Você cai numa equação de primeiro grau, coloca esse nove para o segundo membro.

Fica x igual a nove.

A solução é zero e nove.

Particularidade desse segundo caso: toda vez em que eu tenho uma equação com o c igual a zero, uma das raízes, obrigatoriamente, deverá ser zero.

E, quando eu tenho uma equação de segundo grau completa – completa porque tem a, b e c, sendo todos diferentes de zero –?

Nesse caso, eu preciso aplicar a fórmula de Bhaskara que é menos b mais ou menos raiz quadrada de b ao quadrado menos quatro vezes a vezes c sobre dois a.

Nessa fórmula, nós estamos relacionando somente os coeficientes. Perceba que não tem x, aqui, somente os coeficientes a, b e c.

Vamos fazer alguns exemplos:

1) X ao quadrado menos cinco x mais seis igual a zero.
Eu tenho a igual a um, b igual a menos cinco e c igual a seis.
Substituindo na fórmula, fica menos b mais ou menos raiz quadrada de b ao quadrado menos quatro vezes a vezes c sobre dois a.
Fica menos, menos cinco, porque o b já é negativo, mais ou menos raiz quadrada de menos cinco ao quadrado menos quatro vezes um vezes seis sobre dois vezes um.
Resolvendo, eu vou ter menos com menos que dá mais cinco; aqui, dentro, menos cinco ao quadrado dá mais vinte e cinco; quatro vezes seis dá vinte e quatro, então, vinte e cinco menos vinte e quatro dá um dividido por dois vezes um que dá dois.
X é igual a cinco menos um dividido por dois, ou seja, quatro dividido por dois que dá dois.
A outra raiz vai ser cinco mais um que dá seis dividido por dois que dá três.
A solução é formada pelos elementos dois e três.
2) Menos x ao quadrado mais quatro x menos quatro igual a zero, sendo a igual a menos um, b igual a quatro e c igual a menos quatro.
Substituindo na fórmula, fica menos quatro mais ou menos quatro ao quadrado menos quatro vezes menos um vezes menos quatro sobre dois vezes menos um.
Resolvendo aqui dentro, tem dezesseis, menos com menos dá mais vezes menos dá menos fica dezesseis menos dezesseis que dá zero.
Embaixo, dois vezes menos um que dá menos dois.
Raiz de zero é zero mesmo, então, eu vou adicionar ou

subtrair zero e não vai mudar nada.
Olha, menos quatro menos zero dá menos quatro dividido por menos dois dá mais dois.
X ao quadrado igual a menos quatro mais zero sobre dois, que vai dar menos quatro sobre menos dois que é igual a dois.
O valor é único, as duas raízes são iguais.
A solução é x igual a dois.
Uma observação: nesse caso, temos uma equação de segundo grau com duas raízes reais e iguais, ou seja, delta igual a zero.

3) Cinco x ao quadrado mais seis x mais cinco igual a zero, sendo que o a é igual a cinco, o b é igual a seis e o c é igual a cinco.
Agora, vou substituir na fórmula, fica menos seis mais ou menos seis ao quadrado, que dá trinta e seis, menos quatro vezes a, que é cinco, vezes c, que, também, é cinco.
Fica trinta e seis mais quatro vezes cinco, que dá vinte vezes cinco que dá cem sobre dois vezes cinco, que é dez.
Menos seis mais ou menos trinta e seis menos cem, que dá menos sessenta e quatro dividido por dois vezes cinco, que é dez.
Nesse caso, eu tenho um valor negativo dentro do radical, então, não existem raízes reais.
Note que, quando o delta for negativo, não existe raiz quadrada de número negativo.
Assim, a equação não possui nenhuma solução, ou seja, conjunto vazio, chave sem nada dentro, ou vazio com um zero cortado.

Propriedades

Se o delta for positivo, eu tenho duas raízes reais e diferentes, no caso, eu tenho x um e x dois.

Se o delta for igual a zero, eu tenho duas raízes iguais, ou seja, x um igual a x dois e, se eles são iguais, na realidade, é uma raiz só.

Se o delta for menor que zero, delta negativo, não existe raiz real.

Relações entre coeficientes e raízes

Toda vez, que eu tenho uma equação de segundo grau, eu posso relacionar os coeficientes com as raízes, então, quando eu tenho a soma de duas raízes, ou seja, x um mais x dois, sempre, vai dar menos b sobre a e o produto x um vezes x dois sempre será c sobre a.

Nós podemos encontrar raiz através da soma em produtos.

Vamos aos casos:

a) X ao quadrado menos quatro x mais três igual a zero, sendo a igual a um, b igual a menos quatro e c igual a três.
A soma é menos b sobre a, então, é menos, menos quatro sobre um, que dá quatro.
Produto é c sobre a, que é três sobre um, que dá três.
Eu quero encontrar dois números que, quando somados, deem quatro e, quando multiplicados, deem três, então, eu posso fazer um teste começando pelo um.

Um mais três dá quatro; um vezes três dá três, então, as raízes são um e três.

b) Nesse caso, b vale menos três e c vale dois.
Aqui, eu vou ter menos, menos três sobre um e a soma das duas raízes vai dar três.
O produto é c sobre a, ou seja, dois sobre um que dá dois.
Preciso encontrar dois números, que, quando somados, deem três e, quando multiplicados, deem dois.
Preciso somar o um com quanto para dar três? Dois, logo, um mais dois igual a três.
Quando eu multiplico um por dois, dá dois.
Observe que os dois valores satisfazem, então, a solução será um e dois.
Agora, tem o seguinte, se você for resolver por soma e produto e der fração, então, é melhor que você resolva pela fórmula de Bhaskara, porque, se começar a dar fração, você não precisa ficar procurando quais são os números fracionários que vão dar certo.

Finalizando a aula, espero que você tenha entendido e, caso tenha ficado alguma dúvida, assista novamente ao vídeo.

Além disso, consulte a bibliografia indicada para se atualizar.

Até a próxima!

UMC