Disciplina: Nivelamento - Matemática

Aula: 14

Prof.: Wilson Francisco Julio

Duração: 32:50

Olá! Seja bem-vindo a mais uma aula de Nivelamento em Matemática!

Hoje, nós vamos falar sobre sistema de equações do segundo grau.

O objetivo é compreender as técnicas de resolução de um sistema de equações do segundo grau.

Sistema de equações do segundo grau é todo sistema de equação envolvendo equações do primeiro e do segundo grau ou que leve a uma equação do segundo grau.

Vamos resolver alguns exemplos e vamos usar, obrigatoriamente, o método da substituição.

1) Aqui, eu tenho x vezes y igual a quinze.
Eu vou isolar o y, esse x está multiplicando e vai dividindo.
Então, y igual a quinze dividido por x.
Feito isso, eu vou substituir na segunda equação, no lugar de y, eu vou colocar quinze sobre x.
Fica dois x menos quatro multiplicado por quinze sobre x igual a menos quatorze.
Observe que o x ficou no denominador, então, obrigatoriamente, não pode ser zero.
Dois x menos quatro vezes quinze dá sessenta dividido por x igual a menos quatorze.
O mínimo múltiplo comum é o próprio x.
Fica x no primeiro e no segundo membro.
No primeiro membro, x dividido por um dá x vezes dois x dá dois x ao quadrado menos x dividido por x dá um vezes sessenta dá sessenta.
No segundo membro, x dividido por um dá x vezes menos quatorze dá menos quatorze x.
Observe que eu tenho uma igualdade e os denominadores são iguais dos dois lados.
Então, eu vou desconsiderar esse denominador, mas antes eu preciso observar que esse x não pode ser zero, por isso, eu posso desprezar. Eu não vou correr o risco de dividir por zero.
Tenho dois x ao quadrado, esse quatorze x vou trazer para o primeiro membro e fica mais quatorze x, menos sessenta é igual a zero.
Observe que os valores são todos pares, então, para facilitar os

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.

cálculos, eu posso dividir tudo por dois, ficando com uma equação mais simples para resolver.
Você vai ter a equação: x ao quadrado, dividindo dois x ao quadrado por dois dá x ao quadrado, mais sete x menos trinta igual a zero.
Preciso resolver essa equação de segundo grau: x ao quadrado mais sete x menos trinta igual a zero.
Vamos usar a fórmula de Bhaskara: x igual a menos o valor de b, que é menos sete, mais ou menos raiz quadrada de b ao quadrado, que é sete ao quadrado, menos quatro vezes a, que é um, vezes c, que é menos trinta, dividido por duas vezes um.
Fica menos sete mais ou menos raiz de quarenta e nove, menos vezes menos dá mais, quatro vezes trinta dá cento e vinte dividido por dois.
X igual a menos sete mais ou menos raiz quadrada de cento e sessenta e nove sobre dois.
X igual a menos sete mais ou menos treze sobre dois.
Agora sim, eu vou encontrar x um e x dois.
Menos sete com menos treze dá menos vinte dividido por dois que dá menos dez.
Menos sete com mais treze dá mais seis dividido por dois dá mais três.
Eu tenho dois valores para x, então, nós vamos voltar no y, que é formado por quinze sobre x, lembra desse início?
Quando o x for menos dez, eu vou ter y um, fica quinze dividido por menos dez.
Dá para simplificar, fica menos três meios.
Quando o x for três, eu vou ter y dois, fica quinze dividido por três que dá cinco.
A solução para x igual a menos dez eu tenho y igual a menos três meios, que é o primeiro par ordenado e, para x igual a três, eu tenho y igual a cinco.
Esses dois pares ordenados são a solução do sistema de equação de segundo grau.

2) Aqui, eu vou resolver pelo método da adição, porque eu tenho valores semelhantes.
Eu tenho x ao quadrado mais dois y ao quadrado igual a oitenta e nove e dois x ao quadrado menos três y ao quadrado igual a cento e cinquenta.
Por adição, eu vou tentar eliminar uma das variáveis.
O mínimo múltiplo comum entre dois e três é seis, então, vamos fazer aparecer seis aqui multiplicando por três e por dois.
Fica três vezes x ao quadrado dá três x ao quadrado, três vezes dois y ao quadrado dá seis y ao quadrado, três vezes oitenta e nove dá duzentos e sessenta e sete.
Embaixo, dois vezes dois x ao quadrado dá quatro x ao quadrado, menos dois vezes três y ao quadrado dá seis y ao

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.

quadrado, dois vezes cento e cinquenta dá trezentos.
Eu tenho como eliminar o y ao quadrado, porque mais seis y ao quadrado com menos seis y ao quadrado dá zero.
Fica sete x ao quadrado igual a quinhentos e sessenta e sete.
Como eu acho x ao quadrado?
X ao quadrado é quinhentos e sessenta e sete dividido por sete que dá oitenta e um, ou seja, tirando a raiz quadrada, eu vou encontrar mais nove e menos nove.
Tenho dois valores para x, um positivo e outro negativo.
Eu volto em uma das equações e vou substituir.
Eu tenho menos nove ao quadrado mais dois y ao quadrado igual a oitenta e nove.
Oitenta e um mais dois y ao quadrado igual a oitenta e nove.
Dois y ao quadrado igual a oitenta e nove menos oitenta e um que dá oito.
Dois y ao quadrado igual a oito ou y ao quadrado igual a quatro, portanto, y dá mais ou menos dois.
O conjunto solução é para menos nove serve o menos dois, para menos nove serve o mais dois, para nove positivo serve o menos dois e para nove positivo serve o dois positivo.
Eu tenho quatro pares ordenados que satisfazem esse sistema.

3) Esse sistema vai se tornar de segundo grau, porque eu tenho uma multiplicação.
Eu vou fazer pelo método da substituição.
Vou isolar o y, que fica igual a dois menos x, colocando o x no segundo membro.
Agora, vou substituir o dois menos x no lugar do y, na segunda equação.
Fica quatro x multiplicado pelo y, que é dois menos x, igual a três.
Agora, eu tenho uma multiplicação. Vamos resolvê-la.
Fica quatro x vezes dois dá oito x, mais vezes menos dá menos, quatro x vezes x dá quatro x ao quadrado, igual a três.
Vamos colocar isso tudo de um lado só da igualdade igual a zero e, também, colocar na ordem, sendo x ao quadrado, x e termo independente.
Fica menos quatro x ao quadrado mais oito x, o três está adicionando vem subtraindo, menos três igual a zero.
Você caiu numa equação do segundo grau com variável x.
Vamos resolvê-la aplicando a fórmula de Bhaskara, x igual a menos b, que é menos oito, mais ou menos a raiz quadrada de oito ao quadrado menos quatro vezes a, que é menos quatro, vezes c, que é menos três. Tudo isso dividido por duas vezes a, que é dois vezes menos quatro.
Aqui, eu tenho menos oito mais ou menos raiz quadrada de sessenta e quatro, menos com menos dá mais com menos dá menos, quatro vezes quatro dá dezesseis vezes três dá quarenta

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.

e oito, dividido por dois vezes menos quatro dá menos oito.
Sessenta e quatro menos quarenta e oito dá dezesseis, então, eu tenho menos oito mais ou menos raiz quadrada de dezesseis sobre menos oito.
Raiz de dezesseis é quatro, então, fica menos oito mais ou menos quatro sobre menos oito.
Eu tenho x um e x dois.
Menos oito mais quatro dá menos quatro dividido por menos oito, então, menos dividido por menos dá mais, quatro sobre oito dá para dividir por quatro em cima e em baixo, que dá meio, então, x um igual a meio.
Agora, menos oito com menos quatro dá menos doze dividido por menos oito. Dá para dividir por quatro em cima e em baixo, que dá três meios.
Então, x um é meio e x dois é três meios e eu, também, tenho que y é igual a dois menos x.
Vamos substituir. Quando o y um for meio, eu vou ter y um igual a dois menos meio.
Fazendo o mínimo múltiplo comum, que é dois, fica dois dividido por um que é dois vezes dois dá quatro e dois dividido por dois dá um vezes um dá um. Isso vai dar três sobre dois.
Quando eu tenho o x dois igual a três meios, eu faço dois menos três meios.
Eu tenho dois vezes dois dá quatro dividido por um dá um vezes três dá três, o resultado é meio.
A solução é, quando o x for meio, o y dá três meios e, quando o x for três meios, o y dá meio.
Essa é a solução para esse sistema.

4) Para resolver esse sistema, eu vou isolar três x na primeira equação.
Eu vou ter três x igual − esse y ao quadrado que está subtraindo no primeiro membro vou passar para o segundo membro adicionando – y ao quadrado mais quatro que estava no segundo membro.
Tendo o valor de três x, eu vou substituir na segunda equação e colocar no lugar de três x o y ao quadrado mais quatro.
Fica y ao quadrado mais quatro mais dois y igual a três.
Vamos colocar o três para o primeiro membro.
Vou ter y ao quadrado mais dois y, o três vem subtraindo, então, quatro menos três dá um, mais um igual a zero.
Eu tenho uma equação do segundo grau com a variável y.
Vamos encontrar o valor de y usando a fórmula de Bhaskara, y igual a menos o valor de b, que é menos dois, mais ou menos raiz quadrada de b ao quadrado, que é dois ao quadrado, menos quatro vezes a, que é um, vezes c, que é um. Tudo isso dividido por duas vezes a, que é um.
Daqui eu tiro que y é igual a menos dois mais ou menos raiz quadrada de dois ao quadrado, que é quatro, quatro vezes um dá quatro vezes um dá quatro,

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.

quatro menos quatro, dividido por dois vezes um que é dois.
Observe que aqui eu tenho zero dentro do radical, pois quatro menos quatro dá zero e raiz quadrada de zero é zero.
Fica menos dois mais ou menos zero sobre dois.
Aqui, eu só vou ter um valor para y, pois adicionar zero ou subtrair zero não vai mudar nada, então, eu vou ter menos dois dividido por menos dois que dá menos um.
O valor de y é menos um.
Agora, eu pego o menos um, volto onde eu isolei o três x e substituo para achar o valor de x.
Fica três x igual a y ao quadrado mais quatro.
Três x igual a y ao quadrado, que é menos um elevado ao quadrado, mais quatro.
Eu tenho três x igual a um ao quadrado, que é um, mais quatro dá cinco.
Portanto, o valor de x é cinco dividido por três.
A solução do sistema é o par cinco terços e menos um.

5) Um determinado triângulo retângulo possui uma hipotenusa que mede treze centímetros e seus catetos possuem dimensões desconhecidas, digamos que essas medidas podem ser chamadas de x e y. Descubra a área da região determinada por esse triângulo sabendo que seu perímetro é de trinta centímetros e que x é menor do que y.

Eu sei que x mais y mais treze dá trinta.
Colocando esse treze para o segundo membro, eu tenho que x mais y dá dezessete, trinta menos treze dá dezessete, então, eu já sei que a soma dos dois catetos dá dezessete.
Agora, eu, também, sei que, em um triângulo retângulo, a soma do quadrado dos catetos dá o quadrado da hipotenusa.
Logo, x ao quadrado mais y ao quadrado tem que dar treze ao quadrado ou x ao quadrado mais y ao quadrado tem que dar cento e sessenta e nove.
Eu tenho duas equações e vou montar um sistema.
Esse sistema será x mais y igual a dezessete e x ao quadrado mais y ao quadrado dá cento e sessenta e nove.
Agora, antes da gente fazer esse exercício, vamos pensar um pouco.
Se eu estou falando em medidas de lados, esses valores não podem dar negativo. Em hipótese alguma! Nem x nem y!
Vamos resolver esse sistema isolando uma das variáveis e substituindo na outra equação.
Vamos dizer que y será dezessete menos x, então, y igual a dezessete menos x.
Agora, vamos substituir na segunda equação.
Fica x ao quadrado mais y ao quadrado, que é dezessete menos x ao quadrado, igual a cento e sessenta e nove.

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.

X ao quadrado – cuidado aqui, porque eu tenho dezessete menos x ao quadrado e isso é um produto notável – o quadrado do primeiro que é dezessete ao quadrado, que dá duzentos e oitenta e nove, menos trinta e quatro x mais x ao quadrado. Tudo isso igual a cento e sessenta e nove.
Aqui, o quadrado do primeiro duas vezes o primeiro multiplicado pelo segundo mais o quadrado do segundo.
Vamos juntar o x, fica x com x dá dois x ao quadrado menos trinta e quatro x mais – duzentos e oitenta e nove menos cento e sessenta e nove – cento e vinte igual a zero.
Todos são pares, eu posso dividi-los por dois e eu tenho uma equação, que fica mais simples para resolver.
Fica x ao quadrado menos dezessete x mais sessenta igual a zero.
Resolvendo essa equação, fica x igual a menos b, que é menos com menos dá mais dezessete, raiz quadrada de dezessete ao quadrado menos quatro vezes a, que é um, vezes c, que é sessenta sobre duas vezes a, que é um.
Dezessete mais ou menos dezessete ao quadrado, que é duzentos e oitenta e nove, quatro vezes sessenta, que dá duzentos e quarenta sobre dois.
Eu tenho duzentos e oitenta e nove menos duzentos e quarenta que dá quarenta e nove e a raiz de quarenta e nove é sete.
Eu tenho dezessete menos sete, que dá dez, dividido por dois dá cinco.
Tenho um x igual a cinco e x igual a dezessete com sete que dá vinte e quatro dividido por dois que dá doze.
Veja tem uma informação importante no exercício, ele diz que o x é menor que o y.
Como eu achei x igual a cinco e x igual a doze, eu substituo.
O y é dezessete menos x, então, y fica dezessete menos cinco, que dá doze ou, se você colocar doze no lugar de x, dá cinco.
Como ele deu a informação de que o x é menor que o y, onde isso acontece?
X igual a cinco e y igual a doze, que é a solução.
O exercício pede para descobrir a área dessa região.
O que é a área?
A área é base vezes altura sobre dois e, se x é cinco e y doze, então, eu tenho a área do triângulo que é cinco vezes doze, que dá sessenta dividido por dois, que dá trinta centímetros ao quadrado.

Finalizando essa aula, espero que você tenha entendido e, em caso de dúvidas, assista novamente ao vídeo e consulte a bibliografia.

Estude e se prepare para as próximas aulas.

Até a próxima!

© Todos os direitos reservados.
Direitos de propriedade intelectual presentes no texto pertencem à Universidade de Mogi das Cruzes.