Disciplina: Nivelamento – Matemática

Aula: 16

Prof.: Wilson Francisco Julio

Duração: 12:55

Olá! Seja bem-vindo a mais uma aula de Nivelamento em Matemática!

Hoje, nós vamos trabalhar com funções do segundo grau.

O objetivo é desenvolver os conceitos relacionados a funções quadráticas.

Uma função do segundo grau tem essa característica: um número que acompanha o x ao quadrado, que é chamado de a, um número que acompanha o x, que é chamado de b e um número, que é um termo independente chamado de c.

O a é a concavidade da parábola ou curva, que é determinada pelo seu valor; o b é o deslocamento lateral da curva, para direita ou para a esquerda e o c é o deslocamento vertical da curva, para cima ou para baixo.

São esses três valores que caracterizam a função do segundo grau.

Veja só, eu falei que o a determina a concavidade, ok? Então, quando o a for positivo, eu vou ter a concavidade para cima e, quando eu tenho o a negativo, a concavidade é para baixo.

Por enquanto, só estou falando da concavidade, não estou achando onde corta o x e o y.

Ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas

Eixo das ordenadas é o eixo do y.

Onde essa parábola vai cortar o eixo do y?

Ela sempre vai cortar o eixo do y no valor c de y, ou seja, x é zero e y é c.

Observando a função f de x igual a x ao quadrado mais b x mais c.

Se ele vai cortar o eixo do y, o x vale zero, então, eu tenho zero ao quadrado, que dá zero, b vezes zero dá zero e sobra c.

Sempre vai cortar o y no c!

Raiz da função quadrática, ou seja, o que é a raiz da função? É o valor de x que vai interceptar o eixo das abscissas, o eixo do x.

Nós vamos determinar o zero da função ou a raiz da função para poder construir o gráfico.

Propriedades

Quando o delta for maior que zero, ou seja, positivo, eu vou ter duas raízes reais e diferentes.

Quando o delta for igual a zero, eu vou ter duas raízes reais e iguais.

Quando o delta for menor que zero, ou seja, negativo, eu vou não vou ter nenhuma raiz real.

Quem é delta?

Delta é b ao quadrado menos quatro vezes a vezes c.

1) Determine os pontos de intersecção da função dois x ao quadrado menos três x mais um, com o eixo das abscissas.
   O que eu quero dizer com isso?
   Eu quero achar os valores de x para que o y seja zero, porque, se vai interceptar o eixo de x, o y vale zero.
   Vamos encontrar o delta.
   Menos três, que é o b, o número que acompanha o x, menos quatro vezes o a, que é dois, vezes o c, que é mais um.
   Resolvendo, três ao quadrado dá nove, quatro vezes dois dá oito, nove menos oito dá um. O delta é um.
   Se o delta deu positivo, tem que ter duas raízes.
   Agora, vamos usar a fórmula de Bhaskara: menos b mais ou menos raiz quadrada de delta dividido por dois a.
   Eu tenho menos o valor de b, que é menos com menos que dá mais três, raiz quadrada de um é um mesmo, duas vezes a, que é dois vezes dois que dá quatro.
   Eu vou ter três menos um que dá dois, dois dividido por quatro que dá meio, que é a primeira raiz.
   Depois, três mais um dá quatro dividido por quatro dá um, que é a segunda raiz.
   Então, quando o x for meio, o y dá zero e, quando o x for um, o y, também, dá zero, porque ele estará cortando o eixo do x.
   Os pontos de intersecção são meio e zero e um e zero.
2) O gráfico da função quadrática definida como sendo x ao quadrado menos m x mais m menos um, em que m é um número real, m pertence ao conjunto dos reais, tem um único ponto em comum com o eixo das abscissas. Determine y associado ao valor de x igual a dois.
   Primeiro, eu tenho que descobrir o valor de m para, depois, voltar na conta.
   Se ele tem um único ponto, ou seja, ele só vai tocar uma vez, pois, se ele tem um único ponto, o delta tem que dar zero.
   Lembra que, quando o delta for zero, eu vou ter duas raízes iguais?
   X um igual a x dois, então, vai ter um único ponto.
   Resolvendo o delta, ele tem que dar zero e, depois, eu vou pegar o b, que é menos m ao quadrado menos quatro vezes um vezes m menos um, que é o c.
   Resolvi isso, deu m ao quadrado menos quatro m mais quatro igual a zero.
   Caiu numa equação do segundo grau com uma variável m.
   Eu vou precisar achar o valor de m.
   Vamos lá!

O delta do m é igual a menos quatro ao quadrado menos quatro vezes um vezes quatro.
Vai dar dezesseis menos dezesseis, ou seja, o delta deu zero.
Se o delta deu zero, vamos na fórmula para achar o valor de m.
Menos b mais ou menos raiz de delta sobre dois a.
No caso, o b vale menos quatro, então, vem para cá e fica menos com menos que dá mais quatro.
Raiz quadrada de zero é zero, dois vezes um dá dois.
Mais quatro mais zero dá quatro sobre dois dá dois, ou seja, o m é dois.
Agora, vamos encontrar o valor de y.
Primeiro, o m dois fica x ao quadrado menos dois vezes x, que é menos dois menos um.
Primeiro, vou encontrar a função substituindo o m: x ao quadrado menos dois x, mais dois com menos um dá um.
Então, a função y vai dar x ao quadrado menos dois x mais um.
Substituindo x igual a dois, eu vou ter y igual a dois ao quadrado menos dois vezes dois mais um.
Isso vai dar quatro menos quatro mais um, que dá um, ou seja, y igual a um.
Quando o x for dois, o y vai dar um.

Coordenadas do vértice da parábola

O vértice da parábola é o ponto onde a função de segundo grau ou o gráfico da função muda de sentido.

Se ele tem concavidade para cima, ele vai chegar até um ponto embaixo e subir novamente; se ele tem concavidade para baixo, ele vai subir, chegar num ponto máximo e vai voltar.

O vértice, sempre, será dado por esta fórmula: x do vértice é menos b sobre dois a e y do vértice é menos delta sobre quatro a.

Valor máximo e valor mínimo

Se o valor de a for positivo, o y do vértice vai ser menos delta sobre quatro a. Ele tem um valor mínimo, vai diminuindo até chegar no mínimo e, depois, volta a crescer.

Quando o a for negativo, eu tenho um valor máximo. A função vai até aqui em cima e, depois, vai decrescer e eu tenho o valor máximo da função.

Vamos fazer um exemplo.

Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função c de z igual a x ao quadrado menos oitenta x mais três mil. Considerando o custo c em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Veja só, é uma função do segundo grau.

Fica x do vértice é igual a menos b sobre dois a.

X do vértice é igual a menos, menos oitenta sobre dois vezes um, ou seja, quarenta unidades.

Quando eu fabricar quarenta unidades, meu custo de fabricação será mínimo.

Agora, qual é esse valor? Quanto eu vou gastar?

O valor é o y, que é o delta.

Faz o delta, menos b ao quadrado menos quatro vezes a vezes c sobre quatro vezes a.

Eu vou resolver o delta que fica b ao quadrado, que é oitenta ao quadrado dá seis mil e quatrocentos menos doze mil que dá menos cinco mil e seiscentos, mas, como tem o sinal de menos fora, dá mais cinco mil e seiscentos dividido por quatro vezes a, que é quatro vezes um que dá quatro.

Eu tenho um valor de mil e quatrocentos, que é o custo mínimo, ou seja, é o menor valor gasto para produzir as quarenta unidades.

Finalizando essa aula, espero que você tenha entendido e, em caso de dúvida, assista novamente ao vídeo.

Até a próxima!

UMC