

Disciplina: Nivelamento – Matemática

Aula: 17

Prof.: Wilson Francisco Julio

Duração: 30:24

Olá! Seja bem-vindo a mais uma aula de Nivelamento em Matemática!

Hoje, nós vamos falar de equação e função exponencial.

O objetivo é proporcionar ao aluno condições de solucionar equações exponenciais e funções exponenciais.

Definição de equações exponenciais

Equações exponenciais são aquelas equações que apresentam a incógnita no expoente.

As equações exponenciais possuem um método de resolução diferenciado.

Precisamos igualar as bases para aplicarmos a propriedade de igualdade entre os expoentes.

Exemplo de equações exponenciais:

- Dez elevado a x igual a 100;
- Nove elevado a x igual a oitenta e um;
- Dois elevado a x igual a duzentos e cinquenta e seis;
- Quatro elevado a x igual a mil e vinte e quatro;
- Dois elevado a x mais doze igual a vinte;
- Cinco elevado a x mais um igual a vinte e cinco;
- Três elevado a x mais um igual a nove;
- Dois elevado a x mais dois igual a quinhentos e doze.

Vamos pegar um desses para resolver:

Dois elevado a x mais doze igual a vinte.

Eu tenho que trabalhar com a mesma base dos dois lados da igualdade, por isso,

Vamos isolar o dois elevado a x igual a vinte menos doze.

Dois elevado a x igual a oito.

Vamos decompor o oito em fatores primos.

Oito é a mesma coisa que dois a terceira, dois vezes dois vezes dois.

Repare que, aqui, eu tenho bases iguais – dois e dois – e é uma igualdade e, para que ela seja verdadeira, obrigatoriamente, os expoentes devem ser iguais.

Então, x igual a três. Essa é a solução para essa equação.

Resolução de alguns exemplos:

- 1) Oito elevado a x menos dois igual a oito vezes raiz quadrada de dois.
Não está na mesma base, então, eu vou fazer aparecer bases iguais dos dois lados.
Como oito não é um número primo, é um número composto, eu tenho que decompô-lo em fatores primos.

Oito é dois a terceira, que fica elevado a x menos dois.

Dois a terceira e vamos transformar esse radical em uma potência.

Como? Aqui dentro eu tenho dois elevado a um e tenho dois aqui fora, que é o índice do radical, então, nós vamos transformar esse radical numa potência de expoente fracionário.

Dois elevado a um sobre dois, ou seja, você vai pegar o expoente do dois e dividir pelo índice do radical, que fica dois elevado a meio.

Continuando, vamos aplicar a propriedade distributiva, três vezes x dá três x, três vezes menos dois dá menos seis.

Eu vou ter dois elevado a três x menos seis.

No segundo membro, eu tenho multiplicação de potência de mesma base e, para isso, eu conservo a base e adiciono os expoentes, três mais meio. Vamos fazer o mínimo de três mais meio, que é dois.

Dois dividido por um dá dois vezes três dá seis.

Dois dividido por dois dá um vezes um dá um.

Fica sete sobre dois.

Voltando, dois elevado a três x menos seis é igual a dois elevado a sete sobre dois.

Cheguei em uma igualdade com o mesmo denominador, que é dois.

Então, se as bases são iguais, eu vou igualar os expoentes.

Três x menos seis igual a sete sobre dois.

Vamos resolver para encontrar o valor de x.

Vamos fazer, de novo, o mínimo múltiplo comum, que é dois.

Dois dividido por um dá dois vezes três x dá seis x.

Dois dividido por um dá dois vezes seis dá doze.

Dois dividido por dois dá um vezes sete dá sete.

Agora, eu tenho denominadores iguais, então, eu vou desconsiderá-los e trabalhar somente com os numeradores. Seis x menos doze igual a sete.

Coloque o doze para o segundo membro, ele está subtraindo vai ficar adicionando. Seis x igual a sete mais doze que dá dezenove.

Eu quero achar x, então, o seis está multiplicando vai passar a dividir.

Dezenove sobre seis, que é o valor de x.

2) Dez elevado a x que é elevado a x menos um igual a dez a sexta.

As bases já são iguais – dez e dez – então, vamos trabalhar somente com os expoentes.

X vezes x dá x ao quadrado, x vezes menos um dá menos x igual a dez a sexta.

Vamos igualar os expoentes.

X ao quadrado menos x igual a seis.

Coloque o seis para o primeiro membro e eu tenho x ao quadrado menos x menos seis igual a zero.

Agora, você tem uma equação do segundo grau, com a igual a um, b igual a menos um e c igual a menos seis.

Para resolver essa equação, preciso usar a fórmula de Bhaskara.

X igual a menos b mais ou menos raiz quadrada de b ao quadrado menos quatro vezes a vezes c sobre dois a.

Vamos substituir os valores de a, b e c.

X igual a menos, menos um dá mais um, mais ou menos raiz quadrada de menos um ao quadrado, menos quatro vezes um

vezes menos seis sobre dois vezes um que dá dois.
Um mais ou menos raiz quadrada de um. Agora, preste atenção!
Menos quatro com menos seis dá mais vinte e quatro, sobre dois.
Observe que dentro do radical dá vinte e cinco e raiz quadrada de vinte e cinco é cinco.
Fica x igual a um mais ou menos cinco sobre dois.
Nós vamos ter dois valores para x , sendo x um e x dois.
Um menos cinco dá menos quatro dividido por dois dá menos dois.
Um mais cinco dá seis dividido por dois dá três.
A solução é menos dois e três.

- 3) Nove elevado a x mais três igual a duzentos e quarenta e três.
Eu preciso colocar na mesma base.
Nove é um número composto, eu vou ter que decompô-lo em fatores primos, então, nove é a mesma coisa que três ao quadrado.
Vamos colocar no lugar do nove três ao quadrado.
Três ao quadrado está elevado a x mais três.
Agora, a mesma coisa, vou decompor duzentos e quarenta e três em fatores primos.
Vamos recordar como decompor.
Duzentos e quarenta e três dividido por três dá oitenta e um dividido por três dá vinte e sete dividido por três dá nove dividido por três dá três dividido por três dá um.
Temos cinco três que é a mesma coisa que três a quinta.
Então, consegui colocar na mesma base.

Na hora de multiplicar, aqui, precisa prestar muita atenção, porque precisa multiplicar os dois.
Dois vezes x dá dois x e dois vezes três dá seis.
Agora sim, as bases são iguais, três e três e é uma igualdade, então, basta eu igualar os expoentes e resolver.
Dois x mais seis é igual a cinco.
Coloca o seis para o segundo membro e ele vai subtraindo.
Fica cinco menos seis que dá menos um.
Agora, o dois está multiplicando, fica dividindo.
Menos um sobre dois, que é a solução para essa equação exponencial.
Se você quiser tirar a prova, volta, substitua menos meio no lugar de x , que você vai comprovar que vai dar duzentos e quarenta e três.

Vamos para frente com outros exemplos.

Nós temos algumas equações exponenciais que requerem artifícios para a resolução.

Não se consegue colocar na mesma base, ou seja, às vezes, não dá para pôr na mesma base, ou tem que multiplicar, ou dividir e, nesse caso, vamos ter que achar um método de resolução diferenciado.

Vamos pegar esse exemplo, que, na realidade, é um teste.

- 1) Dada a equação dois elevado a três x menos dois vezes oito elevado a x mais um igual a quatro elevado a x menos um, podemos afirmar que sua solução é um número:
- Natural;
 - Maior do que um;
 - De módulo maior do que um;
 - Par;

e) De módulo menor do que um.

Veja bem, eu tenho uma multiplicação, tenho o x dos dois lados da igualdade, então, eu tenho que transformar isso.

Vamos a resolução.

Eu coloquei essa multiplicação, dois elevado a três x menos dois vezes oito elevado a x mais um.

Esse oito vou colocar na base dois fica dois a terceira e o quatro, também, vou colocar na base dois fica dois ao quadrado.

Colocando tudo na mesma base, fica dois elevado a três menos dois vezes dois elevado a três que multiplica x mais um igual a dois ao quadrado vezes x menos um.

Aqui, eu tenho três x mais três, dois x menos dois. Estou fazendo a distributiva.

Quando eu tenho multiplicação de potência de mesma base – aqui, a base é dois –, eu estou multiplicando duas potências, nós vamos conservar a base e adicionar os expoentes.

Então, vou adicionar três x menos dois com três x mais três.

Três x com três x dá seis x e menos dois mais três dá mais um e, do outro lado, permaneceu dois x menos dois.

Agora sim, eu tenho uma igualdade, denominadores iguais dos dois lados.

Eu vou substituir: seis x mais um igual a dois x menos dois.

Perceba que estou trabalhando somente com expoentes. Eu desprezei as bases.

Coloca tudo que for x para o primeiro membro e o que não for x para o segundo membro.

Seis x menos dois x igual a menos dois menos um.

Quatro x igual a menos três.

Então, x igual a menos três quartos. Esse é o valor de x .

Agora, vamos analisar as respostas.

Módulo de x , o que é isso?

Módulo é uma função que tudo que eu colocar aqui sai positivo, então, se eu coloquei menos três quartos dá mais três quartos.

Três quartos é zero setenta e cinco, que é um número menor que um, portanto, essa é a resposta.

Vamos voltar nas alternativas.

- a) Um número natural não é, porque é racional.
- b) Maior que um não, porque é menor que um.
- c) O módulo é maior que um não, porque é menor que um.
- d) Par não, porque é ímpar.
- e) Módulo menor do que um sim.

Alternativa correta.

Vamos a mais uma equação para resolver usando artifícios.

Mas, antes de fazer isso, vamos recordar.

Quando tem as regras de potenciação, a elevado a m vezes a elevado a n , é a mesma coisa que a elevado a m mais n , ou seja, multiplicação de potência de mesma base conserva a base e adiciona os expoentes.

Se eu tenho uma divisão de potência de mesma base, conserva a base e subtrai os expoentes.

Isso vale nos dois sentidos.

- 1) Se eu tenho subtração, isso veio originado de uma divisão de potência de mesma base.
Nós vamos aplicar a regra e fica cinco elevado a x sobre cinco elevado a um mais cinco elevado a x dividido por cinco elevado ao quadrado igual a trinta.
Cinco elevado a x sobre cinco mais cinco elevado a x sobre vinte e cinco igual a trinta.
Você já percebeu que não dá para colocar na mesma base, pois trinta não dá para decompor em fatores primos, cinco elevado a alguma coisa.
Então, nós vamos fazer um artifício.
Vamos chamar esse cinco elevado a x de y , vamos trocar a variável dele.
Vai ficar, no lugar de cinco elevado a x , y sobre cinco mais y sobre vinte e cinco igual a trinta.
Qual o denominador comum?
O mínimo múltiplo comum entre cinco e vinte e cinco é vinte e cinco.
Fica vinte e cinco dividido por cinco dá cinco vezes y dá cinco y .
Vinte e cinco dividido por vinte e cinco dá um vezes y dá y .
Vinte e cinco dividido por um dá vinte e cinco vezes trinta dá setecentos e cinquenta.
Agora, eu tenho uma igualdade com dois denominadores iguais, então, eu posso desconsiderar esse denominador e trabalhar somente com os numeradores.
Cinco mais um dá seis y igual a setecentos e cinquenta.
 Y é igual a setecentos e cinquenta dividido por seis.

Y igual a cento e vinte e cinco, que é o valor de y .

Porém, não é o valor de y que eu estou procurando, o que eu quero é o valor de x .

Então, se é o x , volta aqui no valor de y e substitui.

Cinco elevado a x igual a y , que é cento e vinte e cinco.

Cinco elevado a x igual a cinco elevado a terceira.

Portanto, agora, eu tenho bases iguais e os expoentes, obrigatoriamente, deverão ser iguais, ficando x igual a três.

A solução é três.

- 2) Nesse outro caso com artifício, não tem como eu colocar na mesma base e tem o zero, que eu não posso colocar em nenhuma base.
Isso parece uma equação de segundo grau.
Vamos fazer aparecer uma equação do segundo grau aqui.
O dezesseis, eu posso escrever como sendo quatro ao quadrado elevado a x menos cinco vezes quatro elevado a x mais quatro igual a zero.
Vou fazer uma mudança, colocar o x para dentro e o dois para fora, para chamar a atenção para um detalhe.
Troquei e não muda nada, porque, quando há potência de potência, eu multiplico. Veja, x vezes dois é a mesma coisa que dois vezes x . Não muda nada.
Fica quatro elevado a x vezes dois menos cinco vezes quatro elevado a x mais quatro igual a zero.
Agora sim, eu vou pegar o valor de quatro elevado a x e vou chamar de y .
Fica y ao quadrado menos cinco vezes y mais quatro igual a zero.
Aqui, eu tenho uma equação de segundo grau com y .

Vamos aplicar a fórmula e achar o valor de y .

y igual a menos b , que é menos com menos cinco que dá mais cinco mais ou menos a raiz quadrada de menos cinco ao quadrado menos quatro vezes a , que é um, vezes c , que é quatro, sobre dois vezes a , que é um.

y igual a cinco mais ou menos raiz quadrada de vinte e cinco menos dezesseis sobre dois.

y igual a cinco mais ou menos três sobre dois.

Eu vou encontrar dois valores para y , y um e y dois.

y um é igual a cinco menos três dá dois dividido por dois dá um.

y dois é igual a cinco mais três dá oito dividido por dois dá quatro.

Encontre o y , que é quatro elevado a x . Agora, nós vamos voltar naquela expressão e colocar o valor.

Quando o y for um, eu vou ter quatro elevado a x igual a um e, toda vez que eu tenho um, eu posso colocar zero, e é conveniente colocar quatro elevado a zero.

Então, o x vai dar zero, esse é o primeiro valor.

Quando eu tenho quatro elevado a x igual a quatro, que é o y dois, você vai ter quatro elevado a x igual a quatro elevado a um.

A solução dessa equação é zero e um.

Esses são os resultados para x .

Função exponencial

Uma função exponencial é quando eu tenho a função do tipo a elevado a x , a positivo e diferente de um. Não pode ser um, porque, se eu colocar um, qualquer que seja o expoente será sempre um.

Veja só, eu tenho f de x igual a a elevado a x com a maior que um.

Eu tenho um gráfico ascendente, que vai passar no um do eixo do y .

Não pode tocar no eixo do x em lugar nenhum, fica todo acima do eixo do x .

Quando eu tenho a fração, a entre zero e um, ele vai ter uma inclinação descendente, ou seja, vai passar no um, mas está decaindo.

Não pode tocar no eixo do x , embora o gráfico pareça estar tocando, porque chega tão perto que dá essa impressão.

Aqui, construir o gráfico dessa função f de x igual a dois elevado a x .

Então, vamos construir um gráfico de uma função onde a base é fracionária, meio elevado a x e vamos atribuir alguns valores para x para encontrar o valor de y .

Vamos atribuir menos dois para o valor de x e substituir na potência.

Meio elevado a menos dois.

Observe que eu tenho expoente negativo e a base é uma fração, ou seja, base fracionária com expoente negativo.

Quando acontecer isso, eu vou inverter a base e elevar a expoente positivo, que dá mais quatro.

Quando for menos um, é a mesma coisa, você coloca menos um, inverte, fica dois sobre um elevado a um que vai dar dois.

Zero, qualquer número elevado a zero dá um.

Colocando um, meio elevado a um dá meio e assim por diante, dois vai dar um quarto, três vai dar um oitavo e, assim, o gráfico fica traçado descendente.

Finalizando a aula, espero que você tenha gostado e entendido e, em caso de dúvida, assista novamente ao vídeo.

Procure a bibliografia indicada e um bom estudo!

Até a próxima!

UMC