

Disciplina: Nivelamento – Matemática

Aula: 18

Prof.: Wilson Francisco Julio

Duração: 9:48

Olá! Seja bem-vindo a mais uma aula de Nivelamento em Matemática!

Hoje, nós vamos falar de logaritmos e função logarítmica.

O objetivo é compreender as operações e propriedades dos logaritmos, bem como conhecer as funções logarítmicas.

O que vem a ser um logaritmo?

Se eu tenho o número a , o número b pertencente aos reais, a maior que zero, b maior que zero e b diferente de um, temos pela definição que o logaritmo de a na base b é igual a x se e somente se b elevado a x for igual a a .

Essa é a definição: b elevado a x tem que ser igual a a .

O a é chamado de logaritmando, o b é a base e o x é o valor do logaritmo.

Usando a definição, nós temos:

- a) Logaritmo de trinta e seis na base seis.

Vamos supor que a gente não saiba, então, vou chamar de x .

Seis elevado a x tem que dar trinta e seis.

Relembrando a aula passada, exponencial, coloca o trinta e seis

na base seis, que é seis ao quadrado.

Agora, sim, eu tenho bases iguais, então, os expoentes deverão ser, obrigatoriamente, iguais.

O x vai dar dois.

O logaritmo de trinta e seis na base seis é dois.

- b) Logaritmo de oitenta e um na base três é igual a quatro. Por quê?
Porque três elevado a x é igual a oitenta e um.
Três elevado a x é igual a três a quarta, porque oitenta e um é três a quarta.
Então, x é igual a quatro.
- c) Logaritmo de um sobre trinta e dois na base dois. Isso precisa dar menos cinco. Por quê?
Porque dois elevado a x é um sobre trinta e dois.
Trinta e dois é dois a quinta e, como está no denominador, eu vou colocar para numerador e ele vai subir com expoente negativo.
Então, dois elevado a x vai ser dois elevado a menos cinco.
 x vai dar menos cinco.

Observe que na definição o a e o b devem ser, obrigatoriamente, positivos, mas não fala nada do x . O x pode ser negativo, como foi nesse caso.
O valor do logaritmo pode ser negativo.

Propriedades

Se eu tenho o logaritmo de b vezes c numa base qualquer a , eu tenho uma multiplicação e, quando isso acontece, eu transformo numa adição de logaritmo.

Logaritmo de b na base a mais logaritmo de c na base a .

Vamos pegar um exemplo bem elementar:

Logaritmo de sessenta e quatro vezes oito na base dois é a mesma coisa que logaritmo de sessenta e quatro na base dois mais logaritmo de oito na base dois.

Resolvendo:

Logaritmo de sessenta e quatro na base dois é igual a x .

Dois elevado a x igual a sessenta e quatro.

Você decompõe sessenta e quatro em fatores primos que vai dar dois a sexta.

Eu tenho x igual a seis, que é o primeiro seis.

Você vai fazer a mesma coisa com o oito.

Oito é dois a terceira e o logaritmo de oito na base dois dá três.

Então, seis mais três dá nove, que é o resultado da soma.

Quando eu tenho uma divisão, ou seja, um quociente, logaritmo de a dividido por c na base b .

Isso vai ser logaritmo de a na base b menos logaritmo de c na base b .

Exemplo:

Logaritmo de cento e vinte e cinco dividido por vinte e cinco na base cinco.

Eu vou ter logaritmo de cento e vinte e cinco menos logaritmo de vinte e cinco.

Cento e vinte e cinco é cinco a terceira, então, o logaritmo vai dar três.

Logaritmo de vinte e cinco na base cinco.

Vinte e cinco é cinco ao quadrado, então, vai dar dois.

Três menos dois dá um.

Um é o logaritmo dessa divisão.

Potência

Quando eu tenho logaritmo de b elevado a α na base a , eu vou ter α vezes logaritmo de b na base a .

Esse α vai passar multiplicando.

Exemplo:

Logaritmo de sessenta e quatro ao quadrado na base dois.

Dois multiplicado por logaritmo de sessenta e quatro na base dois.

Nós já fizemos o logaritmo de sessenta e quatro que é seis, então, dois vezes seis igual a doze.

O resultado é doze.

Funções logarítmicas

Nessa função, você vai ter logaritmo de x na base a , com a maior do que zero e a diferente de um. Essa base não pode ser negativa nem um.

Logaritmo de b na base a é igual a x desde que a elevado a x seja b .

Quando eu tenho um gráfico da função logaritmo com a maior que um, eu vou ter um gráfico ascendente, ou seja, ele vai crescendo à medida em que x aumenta.

Vamos supor que a base seja dois, três. Vamos fazer um exemplo com essa base.

Essa base é fracionária e, quando isso acontece, a inclinação do logaritmo é descendente.

Observe que ele, sempre, vai cortar em um, no eixo do x . No exemplo da exponencial, ele cortava em um no eixo do y .

Vamos fazer um pequeno apanhado.

Se eu tivesse colocado logaritmo de x na base dois, eu vou fazer todas as contas.

Vamos supor que x é um oitavo, que está bem perto do zero.

Logaritmo de um oitavo na base dois igual a x .

Dois elevado a x igual a um oitavo.

Oito é dois a terceira, mas ele está no denominador, então, eu vou colocá-lo para numerador e vai subir com expoente negativo.

Vai ficar dois elevado a menos três.

Então, quando for um oitavo, vai dar menos três; quando for um quarto, vai

dar menos dois; quando for meio, vai dar menos um; quando for um, vai dar zero; quando for dois, vai dar um e, assim, por diante.

O gráfico será ascendente.

Você faz uma tabela, coloca os pontos e vai traçar.

Se aqui fosse descendente, eu coloco nessa base um valor, por exemplo, meio. Fica logaritmo de x na base meio, eu faço a tabela, coloco os pontos no gráfico e traço a tabela.

Observe que não pode tocar no eixo do y . Vai chegar bem pertinho, quase tocando, mas não toca. Vai ficar o mais perto possível que eu conseguir.

Finalizando essa aula, eu espero que você tenha entendido e, em caso de dúvida, assista novamente ao vídeo e consulte a bibliografia.

Um bom estudo para você e até a próxima aula!

UMC