Nivelamento
Disciplina: Matemática
Aula: 20
Prof. Wilson Francisco Julio
Duração: 12:29

Olá, seja bem-vindo a mais uma aula de nivelamento em Matemática. Hoje, nós vamos falar da trigonometria, no ciclo trigonométrico. O objetivo da aula é compreender os conceitos das relações trigonométricas no ciclo trigonométrico.

O que é um ciclo trigonométrico ou uma circunferência trigonométrica? Chama-se circunferência trigonométrica uma circunferência com raio unitário, onde os ângulos são medidos a partir da origem, em cima do eixo x e todos os ângulos no sentido anti-horário vão ser positivos e no sentido horário negativos.

Dentro desta circunferência (eu vou traçar um arco qualquer, que a gente vai chamar de x), o x vai ter um segmento de arco de A até M. Eu vou projetar esta extremidade do arco no eixo do x e projetar no eixo do y. Então, na hora em que eu projetar no eixo do y, eu vou ter uma medida, que é chamada OM_1, letra O porque eu tenho este círculo com o centro O.

Este segmento OM_1 é chamado de seno, seno do ângulo x. E o segmento OM_2, que está projetado no eixo do x, é chamado de cosseno de x. Perceba que aqui nós temos um triângulo. Falamos do triângulo na aula anterior, sobre a definição de seno e cosseno no triângulo, que aqui também cai num triângulo.

Sinal dessa função: se você observar, quando eu projeto qualquer extremidade no eixo do y, o seno vai ser positivo e o cosseno também, no primeiro quadrante. No segundo quadrante, qualquer arco que eu projetar no eixo do y eu também vou ter um valor positivo, mas aqui no eixo do x eu vou ter um valor negativo. Então, o cosseno vai ser negativo no segundo quadrante.

No terceiro quadrante, eu tenho seno negativo e cosseno também negativo. No quarto quadrante, eu vou ter seno negativo e cosseno positivo.

Então, vamos ao quadro: no primeiro quadrante, seno positivo e cosseno positivo. No segundo quadrante, seno positivo e cosseno negativo. No terceiro quadrante, os dois são negativos. No quarto quadrante, o seno é negativo e o cosseno é positivo. Para ler seno, você vai ler no eixo do y, para ler cosseno, no eixo do x, sempre.

O gráfico da função seno é uma curva chamada senoide. Você faz uma volta na circunferência atribuindo zero, pi sobre dois, pi, três pi sobre dois e dois pi. Nos extremos da circunferência são onde você vai enxergar os valores. Aqui, você tem o eixo do y para fora de seno. Quanto tem zero grau, onde vai cair? No zero, na origem. Quando o seno for seno de zero, vai dar zero, está aqui.

Seno de pi sobre dois ou nos noventa graus: está aqui em cima, vale todo o raio da circunferência, que é um. Então, aqui, como ficou pi sobre dois, está no um aqui. Quando chegar no pi, projeta lá e vai no zero de novo. Quando for três pi sobre dois, que é no final do extremo do terceiro quadrante, eu tenho o raio da circunferência, só que do lado negativo. Então, vai dar menos um, é o que está aqui embaixo.

E quando voltar aqui no zero, que dá uma volta completa, dois pi, cai no zero de novo, daí completou. Daí, você vai ligar esses pontos e forma uma curva. Se eu for para uma segunda volta, ele vai continuar para lá, fazendo a mesma curva. Ou para cá também, a mesma curva. O período dele, ou seja, o intervalo de repetição, é de zero a dois pi. De dois em dois pi ele vai repetir essa curva toda.

O seno é uma função ímpar. Por quê? Quando eu tenho f de menos x igual a menos f de x, ela é chamada de função ímpar. Observe aqui: eu tenho um arco x, encontrei o seno de x aqui, se eu pegar o x no sentido negativo, menos x, eu vou encontrar o seno na parte de baixo. Então, o seno de menos x vai ter o sinal contrário do seno de x, vai ser menos o seno de x, seno de menos x é igual a menos seno de x. Quando acontece isso, é dito que a função é a função ímpar.

Vamos para a função cosseno. A função cosseno é a mesma coisa, nós vamos dar uma volta na circunferência fazendo toda aquela análise dos quadrantes. Só que agora, o cosseno, eu leio onde? No eixo do x. Quando eu tenho zero aqui, o cosseno vale um, porque vai estar o raio da circunferência, então, sai do um. Quando x for zero, o y dá um.

Quando eu tenho pi sobre dois, que é noventa graus, o cosseno vai dar zero, vai se projetar em cima do zero. Quando eu tenho cento e oitenta graus ou pi radianos, eu vou ter um segmento em cima do eixo do x, só que negativo, olhe o raio aqui embaixo, menos um.

Quando eu tenho três pi sobre dois, eu vou projetar no eixo do x e vou cair no zero de novo, em cima da linha. E quando eu completar a volta, dois pi, volta a ser o tamanho do raio, volta a ser um. Então, vou traçar esses pontos e completo a curva. O cosseno também se repete a cada dois pi, a cada dois pi ele repete a curva.

Só que o cosseno é uma função par. Por quê? Se eu tenho cosseno de x, vai ser igual ao cosseno de menos x. Cai no mesmo lugar, tem x aqui e menos x aqui, o cosseno dá o mesmo valor. Quando acontece isso, ela é chamada de função par, é o cosseno de x igual ao cosseno de menos x.

Existe uma assimetria no estudo seno e cosseno. Quando eu tenho um arco x (vou ter um seno de x) e eu tenho no segundo quadrante um arco cento e oitenta menos x, o seno de cento e oitenta menos x dá o mesmo valor do seno de x, cai no mesmo lugar, então, são iguais.

E o cosseno? O cosseno de x está à direita, positivo. Quando eu tenho cento e oitenta menos x, ele está do lado esquerdo. Ou seja, o cosseno de cento e oitenta menos x é menos o cosseno de x, ele tem o mesmo valor, só que no sentido contrário, porque é negativo. Vai dar o mesmo tamanho, só que negativo.

A gente fala de cento e oitenta menos x (ou pi menos x, se for em radianos). Se for em radianos, vai ser pi menos x, é a mesma ideia, o seno vai dar o mesmo valor e o cosseno vai dar o contrário.

Quando eu tenho um arco no terceiro quadrante, vou ter seno negativo e cosseno negativo. Por que eu sei que este daqui é o mesmo ângulo? Porque ele é oposto pelo vértice em relação àquele ângulo x lá. Se aqui é x e aqui também é x, então, esse vai ser cento e oitenta mais x.

Este tamanho aqui é o mesmo daqui, só que este está acima e este está baixo, então, ele é negativo. Cento e oitenta mais x vai dar menos seno de x. Cento e oitenta mais x por cosseno vai dar menos cosseno de x. Ou seja, no terceiro, os dois são negativos. E se eu fizer com radiano, a mesma coisa: pi mais x é menos seno de x, cosseno de pi mais x é menos cosseno de x.

Faltou aí o quarto quadrante. Quando eu tenho o quarto quadrante, eu tenho x e menos x aqui. Se aqui é x, então, é trezentos e sessenta menos x. O cosseno deu o mesmo valor, a mesma medida. Então, cosseno de trezentos e sessenta menos x é igual ao cosseno de x e o seno de trezentos e sessenta menos x e menos o seno de x, porque aqui você tem positivo e aqui vai dar negativo.

Ou você usa dois pi menos x para poder representar o mesmo arco, só que em radianos, o seno vai dar negativo e o cosseno vai dar positivo.

Finalizando esta aula, espero que você tenha compreendido. Caso tenha ficado alguma dúvida, assista de novo ao vídeo, consulte as bibliografias e tenha um bom estudo.

UMC